

О. Н. Бодин, А. Г. Убиенных, Г. Ф. Убиенных, А. В. Кузьмин

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ В МИОКАРДЕ

O. N. Bodin, A. G. Ubiennykh, G. F. Ubiennykh, A. V. Kuzmin

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF THE CARDIAC EXCITATION MODEL

А н н о т а ц и я. Актуальность и цели. Целью работы является исследование электрической активности сердца на основе модели Алиева – Панфилова и процесса распространения волны возбуждения в сердечной мышце в течение кардиоцикла. **Материалы и методы.** Теоретическую и методологическую основу исследований составили труды в области неинвазивной кардиодиагностики и математической физики. В ходе исследований проанализированы методы математического моделирования электрических процессов в миокарде. При проведении исследований использовались методы кардиологии, численного интегрирования дифференциальных уравнений и вычислительного эксперимента. **Результаты.** Осуществлен анализ численных параметров модели возбуждения миокарда. Рассмотрен процесс возникновения возбуждения внутри сердечной мышцы относительно местоположения источника. Проведено исследование и получена реализация модели распространения волны возбуждения в миокарде. Исследована зависимость ширины фронта распространения возбуждения и скорости волны от параметров модели. Осуществлена визуализация электрической активности сердца в течение кардиоцикла. **Выводы.** Полученные результаты моделирования электрической активности сердца позволят повысить эффективность диагностики сердечно-сосудистой системы пациента.

A b s t r a c t. Background. The aim is to study the electrical activity of the heart based on the Aliev – Panfilov model and process of the propagation of excitation waves in the myocardium during cardiac. **Materials and methods.** The theoretical and methodological basis of research works made in the field of non-invasive cardio diagnosis and the mathematical physics. The studies analyzed the methods of the mathematical modeling of electrical processes in the myocardium. In conducting research were used methods cardiology, numerical differentiation and information systems. **Results.** A numerical analysis of the excitation process caused by the action of a localized source is carried out. The possibility of the occurrence of excitation from the location of the source within the myocardium has been studied. Investigated and implemented a model of the propagation of excitation in the heart muscle, the dependence of the excitation propagation velocity and the width of its front on the model parameters is investigated, performed visualization of electrical activity of the heart during the cardiac cycle. **Conclusions.** The results of modeling and visualization of the electrical activity of the heart will improve the diagnostic efficiency of the cardiovascular system of the patient.

К л ю ч е в ы е с л о в а: модель Алиева – Панфилова, начально-краевые задачи, уравнения в частных производных, возбуждение сердца, волны риентри.

K e y w o r d s: Aliev – Panfilov model, initial-boundary value problems, partial differential equations, excitation of heart, wave rietry.

Введение

По статистике больше всего смертей на земном шаре приходится на сердечно-сосудистые заболевания. Так, в 2015 г. от них умерло 17,7 миллиона человек. Это составило 31 % всех смертельных случаев, из которых 41,8 % пришлось на ишемическую болезнь сердца и 37,9 % – на инсульты [1].

В нормальном сердце ритмическое сердечное сокращение координируется с помощью нелинейных электрических волн возбуждения, которые плавно распространяются через сердечную ткань. Даже незначительные нарушения электрической проводимости сердца могут иметь разрушительные физиологические последствия и инициировать условия, при которых ткань повторно возбуждается через спиральные волны повторения (риентри). Нескоординированное распространение волн возбуждения обычно проявляется в быстром аритмическом сокращении сердца и сильной потере ее насосной функции.

В последнее время для исследования электрофизиологических процессов, протекающих в сердце, и выявления различных аномалий сердечной деятельности широкое распространение получили методы математического моделирования [2, 3]. Моделирование распространения волны возбуждения в миокарде имеет большое значение, поскольку его результаты позволяют врачу-кардиологу получить дополнительную информацию к той, которую он извлекает из анализа электрокардиограммы пациента. Это позволяет повысить эффективность диагностики заболеваний сердечно-сосудистой системы (ССС).

Анализ существующих моделей

Электрическая активность клеток сердца (кардиомиоцитов) регулируется балансом между электрическим и химическим градиентами на внешней мембране клетки. Эти градиенты вызваны селективной проницаемостью клеточной мембраны к различным ионам в разных точках во время сердечного цикла. В состоянии покоя трансмембранный потенциал составляет приблизительно -80 мВ. Клетка может возбуждаться электрическим стимулом, который осуществляет начальную деполяризацию через клеточную мембрану. Когда амплитуда стимула превышает порог срабатывания (около -50 мВ), трансмембранный потенциал быстро возрастает от состояния покоя (-80 мВ) до возбужденного состояния (примерно $+20$ мВ). Это изменение в трансмембранном потенциале обусловлено взаимодействием различных ионных каналов, контролирующих поток внутрь и наружу заряженных ионов натрия, калия и кальция.

Первая модель для количественного описания электрофизиологии возбудимых клеток была предложена в 1952 г. Ходжкиным и Хаксли [4] для нервных клеток гигантского кальмара. Большинство доступных в настоящее время моделей кардиомиоцитов было получено из классической модели Ходжкина – Хаксли. Модель Ходжкина – Хаксли была значительно упрощена ФитцХью [5] и Нагумо [6] в начале 60-х гг. прошлого века. Наряду с быстрым потенциалом действия двухпараметрическая модель ФитцХью – Нагумо характеризуется медленной восстанавливающей переменной, которая феноменологически охватывает эффекты всех ионных токов в одной единственной переменной. В дальнейшем были разработаны многочисленные модификации модели ФитцХью – Нагумо с учетом специфических характеристик деполяризации и реполяризации различных типов клеток.

Протекающие в сердечной мышце электрофизиологические процессы определяются изменением трансмембранного потенциала ее клеток с течением времени. Разнообразные математические модели электрической активности сердца, число которых в настоящее время составляет около ста, можно разделить на две основные категории: концептуальные (феноменологические) и детальные (ионные) [7]. Ионные модели описывают ионные токи, протекающие через мембрану сердечной клетки, включают в себя множество параметров и переменных (до нескольких десятков) и требуют значительных вычислительных ресурсов для своей реализации. Однако они имеют аналитическую биологическую интерпретацию параметров и их влияние на поведение модели. Концептуальные модели, описывающие генерацию и распространение потенциала действия, делятся на монодоменные, описывающие генерацию и распространение потенциала действия в едином пространстве, и бидоменные, отдельно описывающие распространение потенциала действия в двух пространствах – внутриклеточном и внеклеточном, взаимодействующих через мембраны клеток.

Для моделирования аритмий на уровне ткани или всего органа нет необходимости представлять все ионные токи клетки с точностью и сложностью приведенных выше биофизически точных моделей. В своей работе мы стремились воспроизвести фундаментальные характеристики потенциала действия при минимальных вычислительных затратах. Поэтому мы применяем феноменологическую двухпараметрическую модель Алиева – Панфилова [8], основанную на незначительных модификациях модели ФитцХью – Нагумо. Она особенно приспособлена для моделирования быстрого восходящего хода и расширенного плато потенциала действия желудочковых кардиомиоцитов.

Модель Алиева – Панфилова содержит две переменные: быструю переменную u , соответствующую трансмембранному потенциалу, и медленную переменную v , моделирующую реполяризацию (восстановление); связи между клетками миокарда описываются диффузионными членами уравнений, а динамика отдельной клетки – реакционными нелинейными членами уравнений. Модель описывается системой двух нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных типа «реакция – диффузия» [8]:

$$\begin{aligned} u_t &= D\Delta u - ku(u - \alpha)(u - 1) - uv, \\ v_t &= -\left(\varepsilon_0 + \frac{\mu_1 v}{u + \mu_2}\right)(v + ku(u - \alpha - 1)), \end{aligned} \quad (1)$$

где u – потенциал действия; v – переменная восстановления; D – коэффициент электропроводности среды; α – пороговый потенциал, с которого начинается возбуждение клетки. Остальные параметры (k , ε , μ_1 , μ_2) не имеют четко выраженного физического или физиологического смысла и используются для управления формой кривой, описывающей эволюцию потенциала действия. В отличие от оригинальной модели ФитцХью – Нагумо, дополнительный весовой коэффициент $[\varepsilon_0 + (\mu_1 v / (u + \mu_2))]$ был введен Алиевым и Панфиловым [8] для феноменологической настройки кривой восстановления по экспериментальным наблюдениям путем корректировки параметров μ_1 и μ_2 . Уравнения модели (1) являются безразмерными. Алиев и Панфилов предложили масштабировать потенциал действия u и время t путем

$$E = (100u - 80) \text{ [мВ]}, \quad t_\phi = 12,9t \text{ [мс]}$$

для получения амплитуды потенциала физиологического действия E (мВ) от -80 до $+20$ мВ и характерного времени возбуждения t_ϕ (мс) для кардиомиоцитов около 300 мс.

Постановка задачи моделирования

Рассмотрим постановку краевой задачи для исследования процесса возбуждения в миокарде на основе модели Алиева – Панфилова. Требуется решить систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{aligned} u_t &= D\Delta u - ku(u - \alpha)(u - 1) - uv, & (x, y) \in G, t \in [0, T], \\ v_t &= -\left(\varepsilon_0 + \frac{\mu_1 v}{u + \mu_2}\right)(v + ku(u - \alpha - 1)), & (x, y) \in G, t \in [0, T] \end{aligned} \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial n}(x, y, t) &= 0, & (x, y) \in \Gamma, t \in [0, T], \\ u(x, y, 0) &= \phi(x, y), & (x, y) \in G, \\ v(x, y, 0) &= 0, & (x, y) \in G, \end{aligned} \quad (3)$$

где функция $u(x, y, t)$ – потенциал действия; функция $v(x, y, t)$ – медленная восстанавливающая переменная, связанная с ионными токами; $\phi(x, y)$ – начальное возмущение потенциала; D – коэффициент электропроводности среды; α – порог возбуждения среды (D , k , α – заданные положительные постоянные); G – ограниченная область с границей Γ . Постоянные коэффициенты ε_0 , μ_1 , μ_2 позволяют более точно приблизить форму моделируемого импульса к экспериментальным данным [9].

Моделирующая программа должна входить в состав системы исследования электрической активности сердца, обобщенная схема которой представлена на рис. 1 (пунктиром обведена моделирующая часть системы исследования).

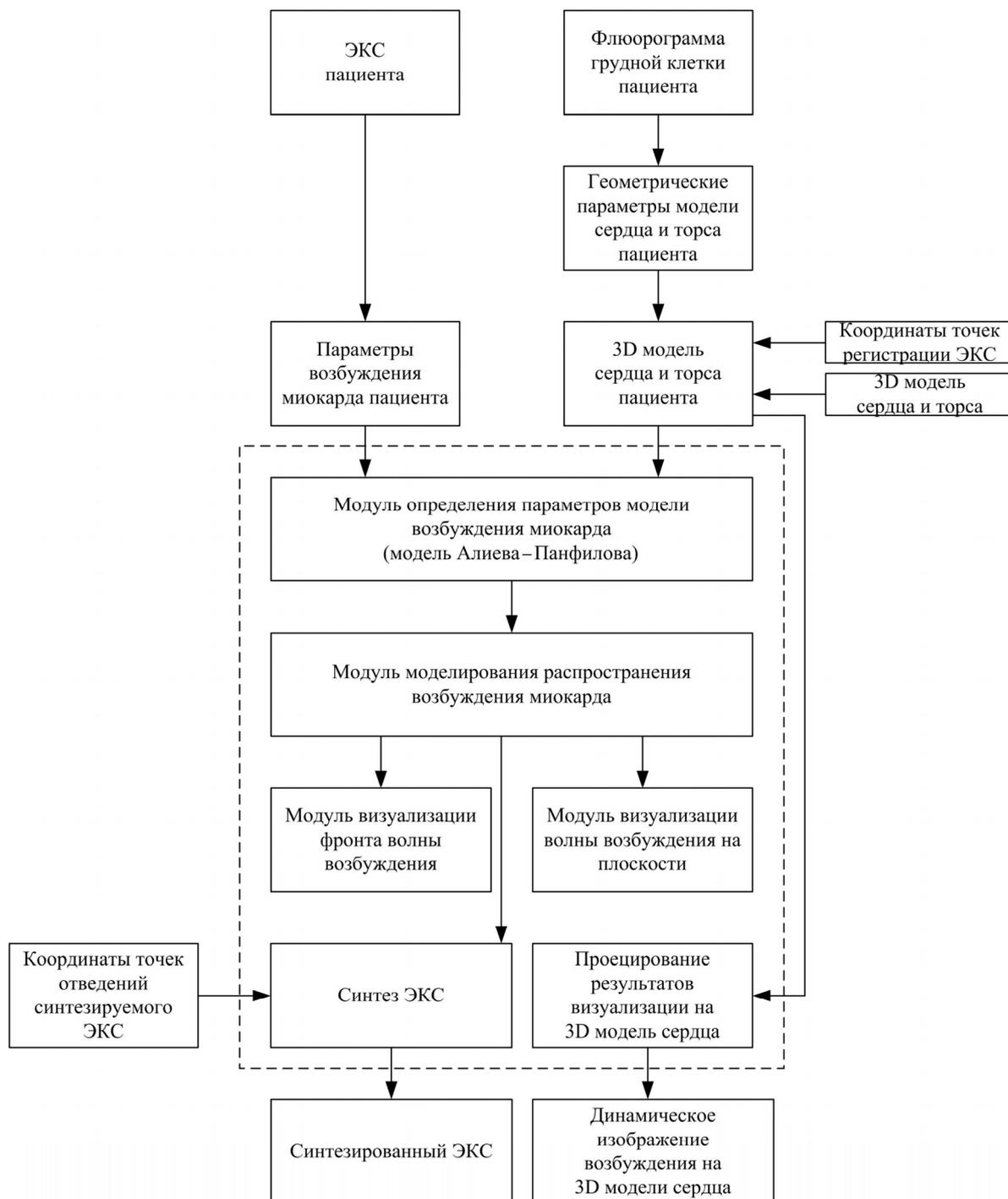


Рис. 1. Обобщенная схема исследования электрической активности сердца

К основным программным модулям, реализующим модель распространения волны возбуждения, относятся:

- модуль определения параметров модели возбуждения, отвечающий за определение индивидуальных параметров модели, характерных для конкретного состояния;
- модуль моделирования распространения волны возбуждения на плоскости с учетом полученных индивидуальных параметров;

– модуль визуализации фронта волны возбуждения, позволяющий отображать фронт волны с использованием принципов физического кодирования информации, а именно: совместного использования цветового кодирования и кодирования геометрическим параметром высоты над уровнем поверхности для повышения наглядности представления информации;

– модуль визуализации волны возбуждения на плоскости, позволяющий отображать процесс распространения волны возбуждения на плоскости с привязкой к опорным точкам поверхности модели сердца с использованием цветового кодирования.

В качестве исходных данных для моделирования требуются амплитудно-временные параметры ЭКС, геометрические параметры сердца и торса, а также координаты точек отведений.

Результаты моделирования распространения волны возбуждения используются для отображения процесса на поверхности 3D модели сердца, а также синтеза ЭКС, т.е. расчета значения ЭКС для заданной точки отведения на основе моментальных данных электрической активности точек миокарда.

В задачу исследования входят:

– оценка влияния значений параметров модели на форму и длительность распространяющегося импульса возбуждения в различных отделах сердца;

– исследование механизмов распространения волны возбуждения в среде, содержащей рефрактерные области и дополнительные источники возбуждения;

– визуализация распространения волны возбуждения в миокарде на реалистичной трехмерной модели сердца;

– исследование жизнеугрожающих аритмий, вызываемых автоволнами типа риентри, для выявления определяющих факторов их развития в рамках математической модели с использованием вычислительного эксперимента;

– синтез модельной ЭКГ.

Для проведения моделирования распространения возбуждения в сердечной мышце на основе двумерной модели необходимо решить следующие задачи:

– построить развертку поверхности трехмерной модели сердца пациента на плоскости;

– провести конечно-разностную дискретизацию краевой задачи (2), (3);

– провести вычислительные эксперименты, в ходе которых провести исследования решений краевой задачи (2), (3) и при необходимости скорректировать значения параметров модели.

Конечно-разностная дискретизация модели

Уравнения (2) представляют собой двумерную модель распространения возбуждения в миокарде, поэтому вначале необходимо спроецировать поверхность трехмерной модели сердца пациента на плоскость, чтобы получить ее «развертку» на сетке решений модели. Основная задача при выборе вида проекции заключалась в том, чтобы свести к минимуму все искажения в геометрических размерах при проецировании поверхности трехмерной модели сердца на плоскость. Исходя из этого была выбрана цилиндрическая проекция [10]. Ее достоинствами являются равноугольность и небольшие искажения в районе экватора. При построении «развертки» поверхности трехмерной модели сердца на ней выбиралось множество точек, которые проецировались на плоскость сетки решений, при этом на плоскости выделялись границы между анатомическими частями сердца (предсердиями и желудочками), которые при моделировании заданием соответствующих граничных условий становятся непроницаемыми (рис. 2). Области точек предсердий на рис. 2 обозначена цифрами 1а и 1б. Область точек желудочков обозначена цифрой 2. В этих областях и осуществлялось моделирование распространения возбуждения в сердце.

Уравнения (2) решались в области проекции поверхности сердца с помощью метода конечных разностей для пространственных производных и явным интегрированием Эйлера для производных по времени. Конечно-разностная схема на основе использования пятиточечного шаблона и равномерной сетки ($\Delta x = \Delta y$) для решения уравнений (2) имеет вид

$$u_{x,y,t+1} = u_{x,y,t} + \left(\frac{u_{x-1,y,t} + u_{x+1,y,t} + u_{x,y-1,t} + u_{x,y+1,t} - 4u_{x,y,t}}{\Delta x^2} + f(u_{x,y,t}, v_{x,y,t}) \right) \Delta t, \quad (4)$$

$$v_{x,y,t+1} = v_{x,y,t} + g(u_{x,y,t}, v_{x,y,t}) \Delta t,$$

где Δx , Δt – соответственно размеры пространственного и временного шагов дискретизации;

$$\begin{aligned} f(u, v) &= -ku(u-a)(u-1) - uv; \\ g(u, v) &= -\left(\varepsilon_0 + \frac{\mu_1 v}{u + \mu_2}\right)(v + ku(u-a-1)). \end{aligned} \quad (5)$$

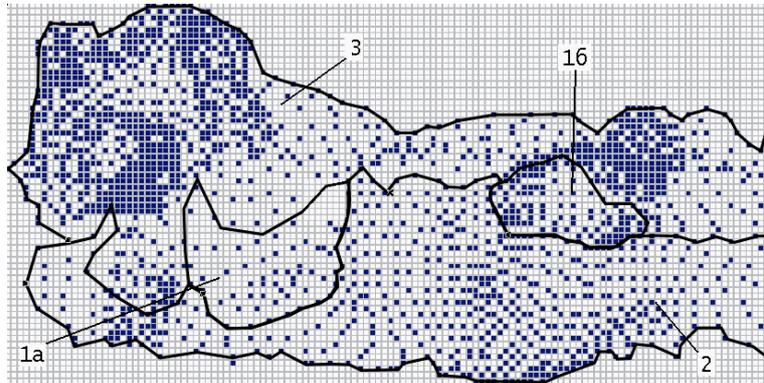


Рис. 2. Цилиндрическая проекция поверхности трехмерной модели сердца

Начальные и граничные условия (3) для системы уравнений (2) заменялись разностными начальными и граничными условиями для сеточных функций. Начальные условия задавались равными нулю для всех точек поверхности сердца, кроме пейсмекеров. Для пейсмекеров начальные условия определялись экспериментальным путем.

Граничные условия задавались в виде

$$u(x, y, t+1) = C + \alpha u(x, y, t) + \beta u(x + s_x, y, t) + \gamma u(x, y + s_y, t). \quad (6)$$

Значения коэффициентов в уравнении (6) брались из множества $(-1; 0; +1)$ в зависимости от конфигурации границы, что позволяет задавать основные типы граничных условий.

Условие устойчивости разностной схемы (4): $\Delta t < \frac{\Delta x^2}{4}$.

Разностная схема (4) аппроксимирует краевую задачу (2), (3) с погрешностью $O(\Delta t + \Delta x^2)$.

Результаты моделирования

Согласно схеме исследования электрической активности сердца (см. рис. 1) сначала на основе анализа кардиографической информации осуществлялось задание начальных и граничных условий (3) модели, затем осуществлялась настройка параметров модели и моделировалось распространение возбуждения в миокарде. Результаты моделирования сохранялись в памяти в виде векторов значений $u(x, y)$ и $v(x, y)$ в различные моменты времени моделирования. По результатам моделирования осуществлялась визуализация распространения возбуждения на поверхности сердца (на основе шкалы цветового кодирования) и синтез модельной ЭКГ. Синтез модельной ЭКГ осуществлялся по методике, изложенной в [11]. Исходными данными являлись значения потенциала действия в каждый момент времени в каждой точке пространства $u(x, t)$. Расчет модельной ЭКГ $E(t)$ сводился к вычислению интеграла

$$E(t) = \left| \frac{1}{\max_x \{u(x, t)\}} \int_G \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} u(x, t) dx \right|^2, \quad (7)$$

т.е. модельная ЭКГ представляет собой среднее по пространству значение производной по времени от потенциала действия с весом, равным потенциалу действия. При этом функция $E(t)$ нормируется, приобретая конечный вид.

Моделирование проводилось на персональном компьютере стандартной комплектации в среде Embarcadero (CodeGear) RAD Studio 2010. На рис. 3 приведена зависимость переменных u и v от времени при различных значениях параметров модели. На рис. 3,а параметры модели имеют следующие значения: $k = 8$, $a = 0,15$, $\mu_1 = 0,2$, $\mu_2 = 0,3$, $\varepsilon_0 = 0,002$. На рис. 3,б параметры модели: $k = 8$, $a = 0,2$, $\mu_1 = 0,2$, $\mu_2 = 0,3$, $\varepsilon_0 = 0,002$.

Проведенные эксперименты показали, что место расположения источника возбуждения не влияет на скорость распространения возбуждения. Этот результат играет важную роль при решении обратных задач, позволяющих определить точки локализации источников возбуждения.

Ряд экспериментов был связан с моделированием процесса распространения возбуждения при наличии поврежденных участков сердечной мышцы. Для этого на сетку решений модели помещались невозбудимые области и варьировались значения параметров модели. Это приводило к возникновению спиральных волн риентри [12].

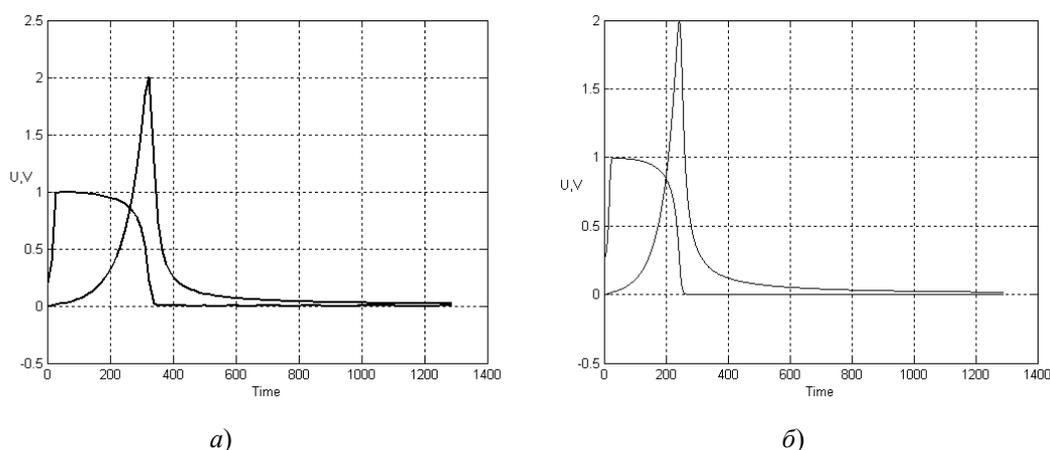


Рис. 3. Профили импульса возбуждения при различных значениях параметров модели

Для получения трехмерной картины распространения возбуждения на трехмерную модель сердца пациента накладывалось распределение потенциала действия, полученное в результате моделирования на плоской модели. Каждой вершине трехмерной модели сердца согласно шкале цветового кодирования присваивался цвет, соответствующий значению потенциала в этой точке. На трехмерной модели сердца ее поверхность представлялась в виде треугольных пластин, цвет которых определялся путем интерполяции цветов вершин по методу Гуру [13]. Рисунок 4 показывает трехмерную картину процесса распространения возбуждения по поверхности сердца в течение кардиоцикла, охватывая стадии поляризации и деполяризации всех анатомических отделов сердца (слева направо).



Рис. 4. Визуализация процесса возбуждения сердца в течение кардиоцикла

На рис. 5 показаны основные возможности моделирующей программы. Видно, что полученная синтезированная ЭКГ (справа в средней части) отображает все ключевые фазы возбуждения сердца, а именно: Р-волну, которая характеризует возбуждение предсердий; QRS-комплекс, который характеризует возбуждение желудочков; Т-волну, характеризующую реполяризацию желудочков.

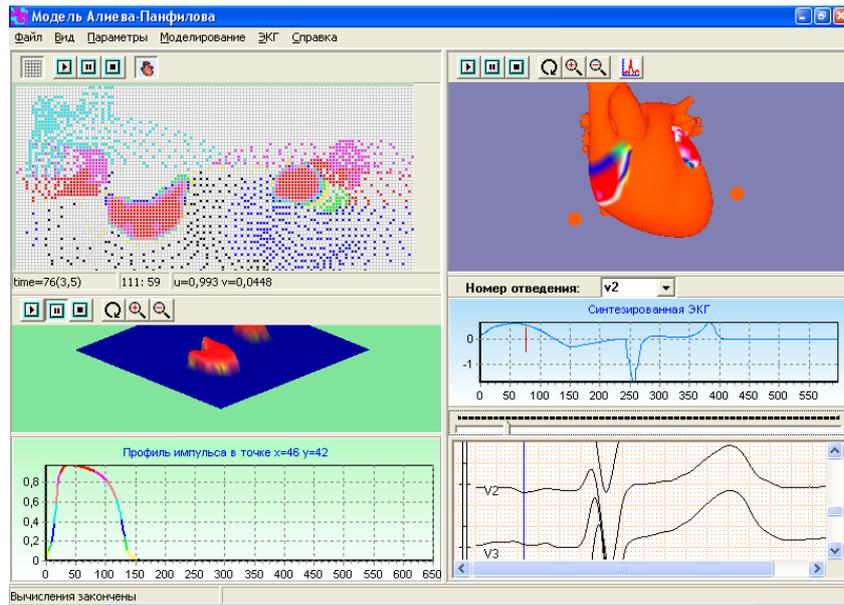


Рис. 5. Визуализация результатов моделирования

Заключение

Разработанная система исследования электрической активности сердца на основе автоволновой модели Алиева – Панфилова позволяет осуществлять:

- моделирование процесса распространения возбуждения в миокарде в различных режимах;
- отображение формы потенциала действия для различных анатомических частей сердца;
- отображение модельной ЭКГ пациента;
- выявление определяющих факторов возникновения волн ригоры в желудочках сердца и исследовать их развитие;
- построение «электрического портрета» сердца пациента.

Полученные результаты моделирования и визуализации электрической активности сердца позволяют повысить эффективность диагностики сердечно-сосудистой системы пациента.

Библиографический список

1. Сердечно-сосудистые заболевания. Информационный бюллетень от 17 мая 2017 г. Всемирная организация здравоохранения. – URL: [http://www.who.int/ru/news-room/factsheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](http://www.who.int/ru/news-room/factsheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds))
2. Curvature Analysis of Cardiac Excitation Wavefronts / A. Murthy, E. Bartocci, F. H. Fenton, J. Glimm, R. A. Gray, E. M. Cherry, S. A. Smolka, R. Grosu // IEEE/ACM transactions on computational biology and bioinformatics. – 2013. – Vol. 10, № 2. – P. 323–336.
3. Mathematical modeling of electrocardiograms: a numerical study / M. Boulakia, S. Cazeau, M.A. Fernandez, J-F. Gerbeau, N. Zenzemi // Annals of Biomedical Engineering. – 2010. – № 38 (3). – P. 1071–1097.
4. Hodgkin, A. L. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve / A. L. Hodgkin, A. F. Huxley // J. Physiol. – 1952. – № 117. – P. 500–544.
5. FitzHugh, R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane / R. FitzHugh // Biophysical J. – 1961. – № 1. – P. 445–466.
6. Nagumo, J. An active pulse transmission line simulating nerve axon / J. Nagumo, S. Arimoto, S. Yoshizawa // Proc. IRE. – 1962. – № 50. – P. 2061–2070.
7. Алиев, Р. Р. Концептуальные и детальные математические модели электрической активности миокарда : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук / Алиев Р. Р. – Пушкино, 2007. – 46 с.
8. Aliev, R. R. A simple two-variable model of cardiac excitation Chaos / R. R. Aliev, A. V. Panfilov // Solitons and Fractals. – 1996. – № 7(3). – P. 293–301.

9. *Sundnes, J.* Computing the Electrical Activity in the Heart / J. Sundnes, G. T. Lines, X. Cai. – Berlin and Heidelberg and New York : Springer, 2006. – P. 311.
10. *Вахрамеева, Л. А.* Математическая картография : учебник для вузов / Л. А. Вахрамеева, Л. М. Бугаевский, З. Л. Казакова. – М. : Недра, 1986. – 286 с.
11. Программный комплекс «Виртуальное сердце» / В. С. Петров, А. В. Вильдеманов, С. А. Григорьева, Е. А. Козин, М. А. Комаров, В. А. Костин, А. К. Крюков, Т. А. Леванова, И. Б. Мееров, Г. В. Осипов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2012. – № 5 (2). – С. 438–447.
12. Моделирование и визуализация электрической активности сердца / О. Н. Бодин, В. Г. Полосин, А. Г. Убиенных, Ф. К. Рахматуллов, А. С. Сергеенков, М. Н. Крамм // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2017. – № 2 (20). – С. 85–93.
13. *Херн, Д.* Компьютерная графика и стандарт OpenGL / Д. Херн, М. П. Бейкер. – 3-е изд-е. – М. : Вильямс, 2005. – 1168 с.

Бодин Олег Николаевич

доктор технических наук, профессор,
кафедра информационно-измерительной
техники и метрологии,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: bodin_o@inbox.ru

Bodin Oleg Nikolaevich

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of information-measuring
equipment and metrology,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Убиенных Анатолий Геннадьевич

старший преподаватель,
кафедра информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: utolg@mail.ru

Ubiennykh Anatoliy Gennad'evich

senior lecturer,
sub-department of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Убиенных Геннадий Федорович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40),
E-mail: ugf@mail.ru

Ubiennykh Gennadiy Fedorovich

candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Кузьмин Андрей Викторович

кандидат технических наук, доцент,
кафедра информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40),
E-mail: flickerlight@inbox.ru

Kuz'min Andrey Viktorovich

candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 612.173; 536.758

Бодин, О. Н.

Программная реализация модели распространения волны возбуждения в миокарде / О. Н. Бодин, А. Г. Убиенных, Г. Ф. Убиенных, А. В. Кузьмин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2018. – № 2 (24). – С. 91–99. – DOI 10.21685/2307-5538-2018-2-12.